



Posters de médiation scientifique I: Deux Jeux Combinatoires

Nicolas Nisse

► To cite this version:

| Nicolas Nisse. Posters de médiation scientifique I: Deux Jeux Combinatoires. 2017. hal-01645160

HAL Id: hal-01645160

<https://inria.hal.science/hal-01645160>

Submitted on 23 Nov 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Posters de médiation scientifique I : Deux Jeux Combinatoires

Nicolas Nisse^{*,**}

Université Côte d’Azur, Inria, CNRS, I3S, France

Abstract. Il s’agit du premier volet d’une série de posters que nous présentons lors de divers interventions de médiation (vulgarisation) scientifique (Fête de la Science, intervention dans des écoles, etc.). Nous essayons d’y présenter des bases théoriques (mathématiques) de l’algorithmique (Un algorithme est une suite finie et non ambiguë d’opérations ou d’instructions permettant de résoudre un problème ou d’obtenir un résultat).

Ici, nous étudions deux jeux combinatoires (Jeu de la tablette de chocolat, jeu des bâtonnets) pour illustrer la notion de stratégies gagnantes et celle de modulo. Une partie du contenu de ces posters est accessible dès l’école primaire, cependant ils peuvent être utilisés au collège voire au lycée.

^{*} nicolas.nisse@inria.fr

^{**} Merci à Frédéric Havet, Dorian Mazauric et les autres membres de l’équipe COATI pour leur aide et leurs conseils.

JEU COMBINATOIRES



Comment GAGNER à
coup sûr ?

JEU de la Tablette de Chocolat

Règle du jeu : Prenons une tablette de chocolat dont un carré (disons le coin en bas à gauche) est empoisonné. Deux joueurs prennent tour à tour la tablette. À son tour, un joueur casse (en suivant une ligne ou une colonne) la tablette et rend un des 2 morceaux à l'adversaire (voir l'exemple ci-dessous). Le joueur qui se retrouve avec (uniquement) le carré empoisonné a **PERDU** !



Exemple de déroulement du jeu : à partir d'une tablette 5x9

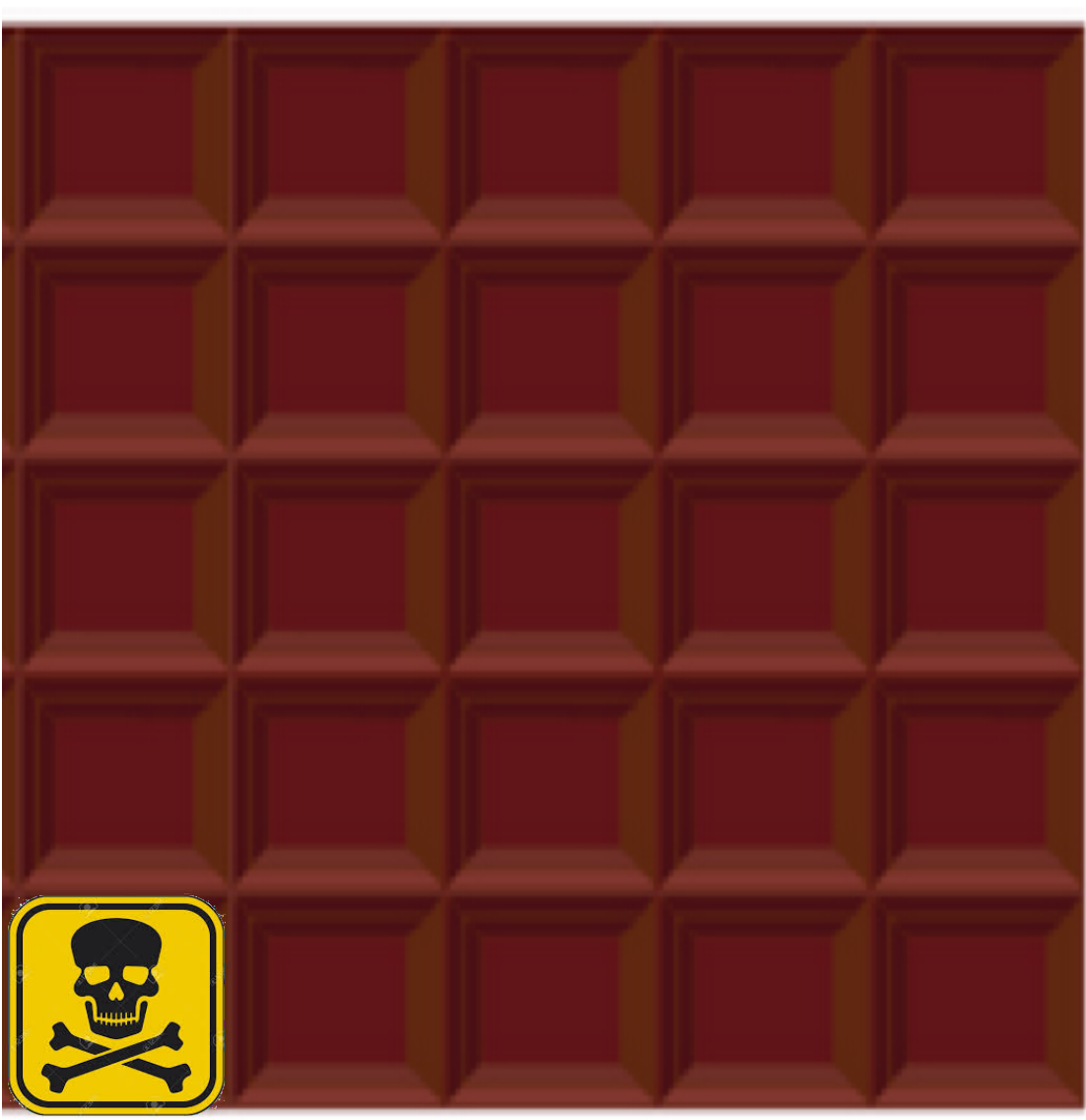


On dit que la tablette est **carrée** si elle a le même nombre de lignes et de colonnes.

On remarque que :

- Si la tablette est **carrée**, alors quelle que soit la façon de la casser, on obtient une tablette **non carrée** (plus petite) ;
- Si la tablette n'est **pas carrée**, alors il existe une façon de la casser pour obtenir une tablette **carrée** (plus petite).
- La plus petite tablette carrée (**réduite au carré empoisonné**) est **PERDANTE**.

Comment gagner à coup sûr !?!?



tablette **CARREE**

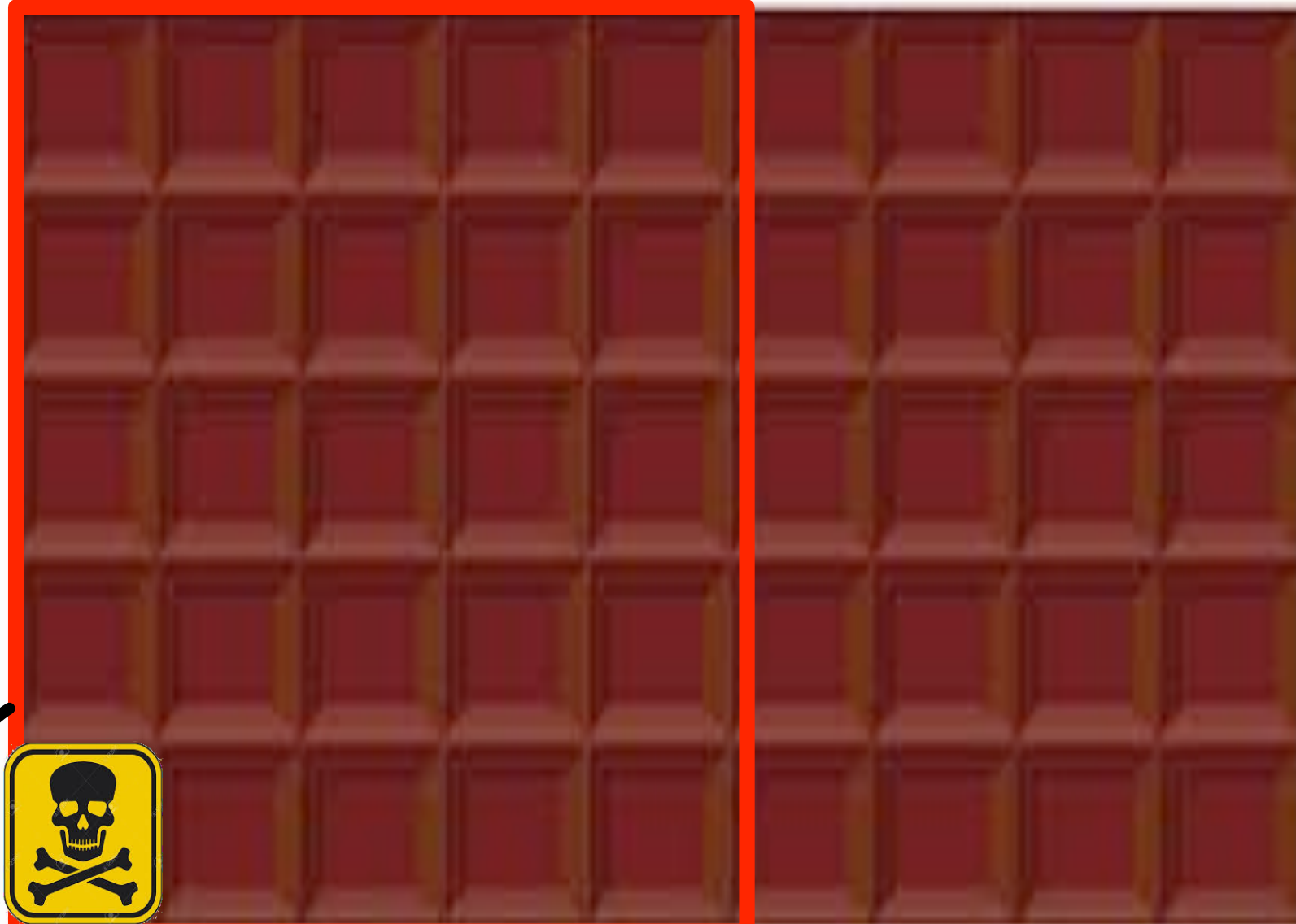
En commençant d'un carré...

Quelle que soit la façon de casser (en suivant une ligne ou une colonne) on obtient une tablette **non carrée** contenant le carré empoisonné !!

En commençant d'une tablette non carrée...

Il est toujours possible d'obtenir une tablette **carrée** contenant le carré empoisonné !!

tablette **NON CARREE**



Par un « **raisonnement par récurrence** » sur la taille de la tablette :

Tablettes carrées = positions perdantes
Tablettes non carrées = positions gagnantes

Algorithme (recette, mode d'emploi...) pour **GAGNER** :

- Si la tablette n'est pas carrée, (demandez à commencer et) cassez la de façon à rendre carrée la partie contenant le carré empoisonné.
- Sinon, insistez pour que l'autre joueur commence !!

JEU des Bâtonnets (1/2)

Règle du jeu : Prenons quelques bâtonnets (allumettes, carottes...).

Deux joueurs prennent tour à tour des bâtonnets.

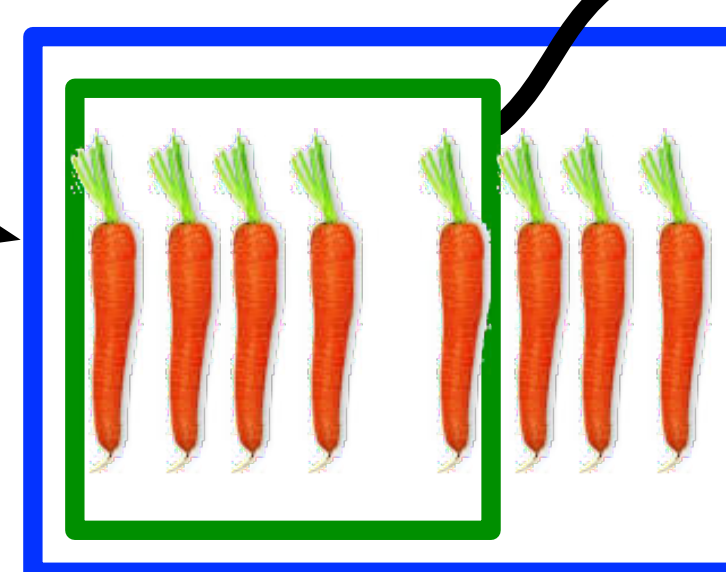
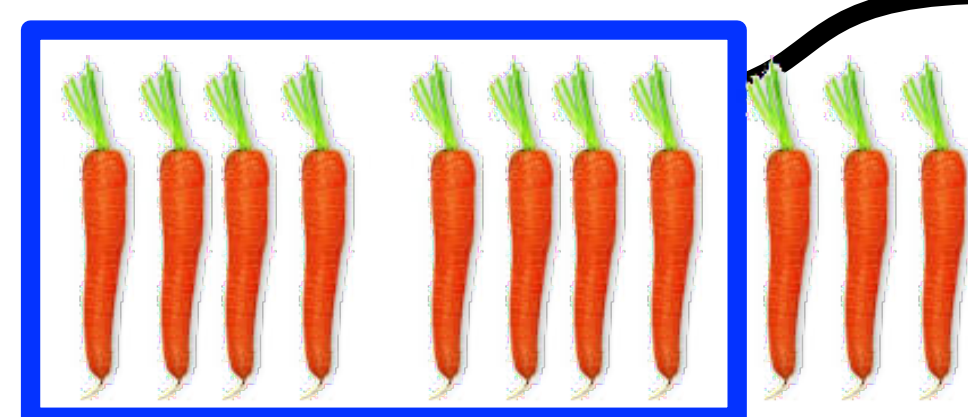
À son tour, un joueur prend 1, 2 ou 3 bâtonnets.

Le joueur qui prend le dernier bâtonnet a **PERDU** !

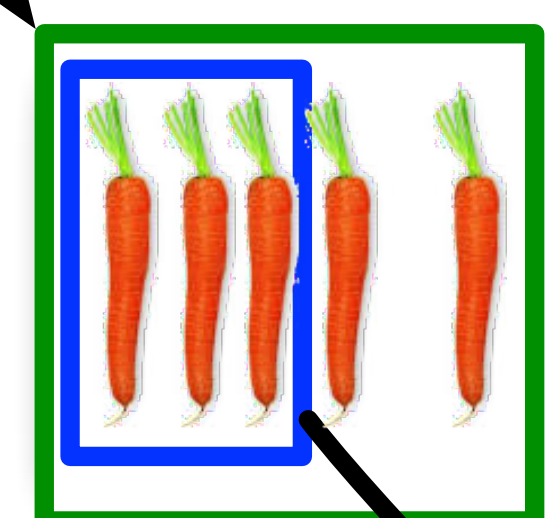


Exemple de déroulement du jeu : à partir de 11 bâtonnets.

Le **premier** joueur prend 3 bâtonnets et rend le reste au **second** joueur.



Le **2nd** joueur prend 3 bâtonnets et rend le reste au **1er** joueur.

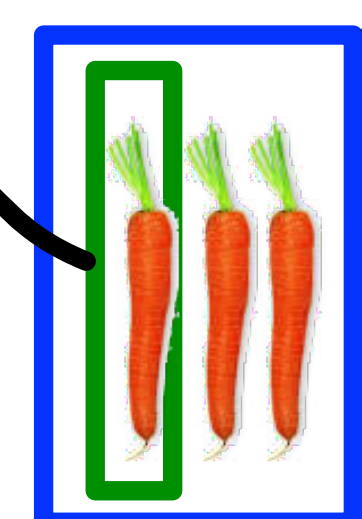


Le premier joueur a fait une **GROSSE bêtise**, savez vous pourquoi ?

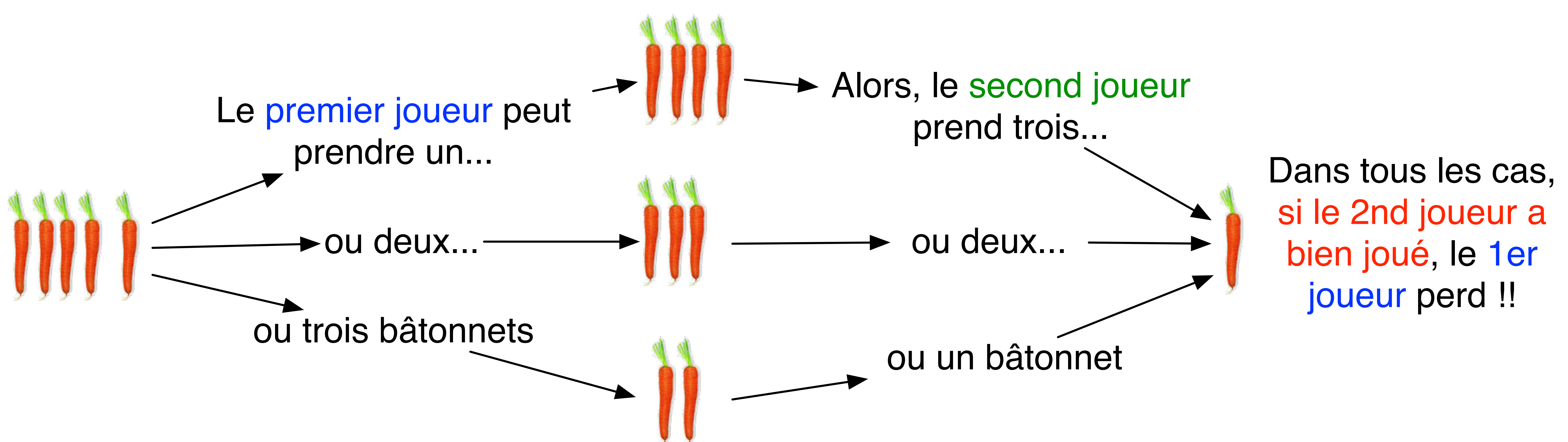
Le **1er** joueur prend 2 bâtonnets et rend le reste au **2nd** joueur.



Le **2nd** joueur prend 2 bâtonnets et rend le reste au **1er** joueur qui a donc **PERDU**.



Observons ce qui se passe avec $5=4+1$ bâtonnets.



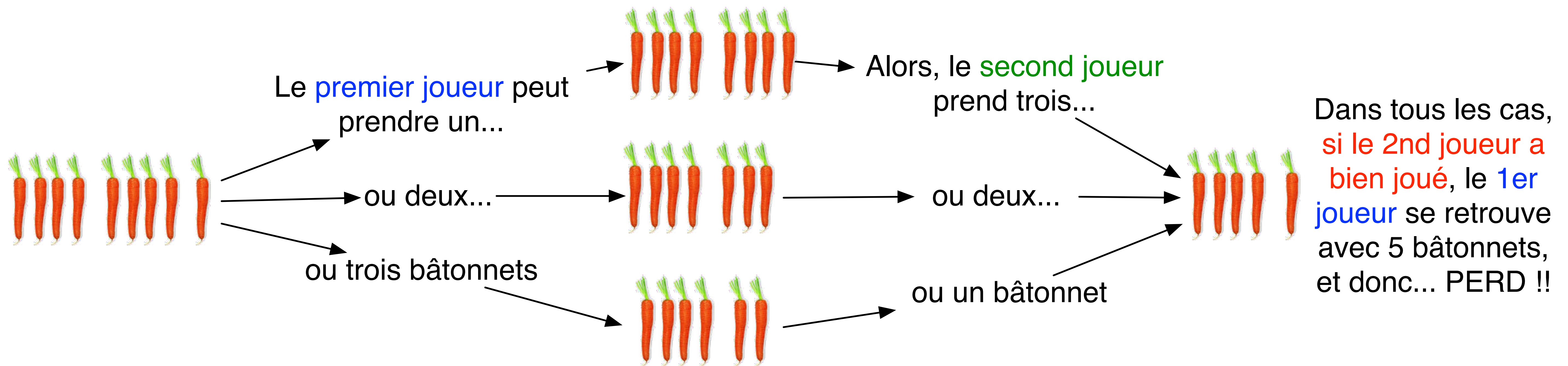
Avec 5 bâtonnets, si le **second** joueur joue correctement, il doit **GAGNER** !!

Et avec 6, 7, 8, 9... bâtonnets qui du **premier** ou **second** joueur gagne ?

JEU des Bâtonnets (2/2)

Comment gagner à coup sûr !?!?

Observons ce qui se passe avec $9=4 \times 2 + 1$ bâtonnets.



De manière générale, si on commence avec $4k+1$ bâtonnets, si le **premier joueur** prend 1, 2 ou 3 bâtonnets, alors le **second joueur** prend 3, 2 ou 1 bâtonnets et on se retrouve avec $4(k-1)+1$ bâtonnets.

Répétant cet **algorithme**, le **second joueur** GAGNE !!

Donc, si le nombre initial de bâtonnets vaut « 1 modulo 4 » ($4k+1$, c'est-à-dire 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29...), il existe toujours une stratégie gagnante pour le **2nd joueur**. Sinon, il existe toujours une stratégie gagnante pour le **1er joueur**. **Voyez-vous laquelle ?**

Questions : que se passe-t-il si on modifie un peu les règles :

1. Si celui qui prend le **dernier** bâtonnet GAGNE ?
2. Si on peut prendre 1, 2, 3 ou 4 bâtonnets ?
3. Si on peut prendre jusqu'à 42 bâtonnets à chaque tour ?

Réponses :

1. Si le nombre initial de bâtonnets est un multiple de 4 : position perdante ; sinon : position gagnante. À partir d'un nombre de bâtonnets qui n'est pas un multiple de 4, on peut (en enlevant 1, 2 ou 3 bâtonnets) se ramener à un multiple de 4. S'il ne reste que 4 bâtonnets, on PERD.
2. On peut prendre jusqu'à 4 bâtonnets et le dernier PERD : si le nombre initial de bâtonnets vaut « 1 modulo 5 » ($5k+1$, c'est-à-dire 1, 6, 11, 16, 21, 26...), il existe une stratégie gagnante pour le 2nd joueur.
3. On peut prendre jusqu'à 42 bâtonnets et le dernier PERD : si le nombre initial de bâtonnets vaut « 1 modulo 43 » ($43k+1$, c'est-à-dire 1, 44, 87, 130...), il existe une stratégie gagnante pour le 2nd joueur.